

TP Classroom Resolve FGV 2024.2

Matemática discursiva

Questão 1

De acordo com o enunciado, se a velocidade é constante, podemos utilizar a seguinte regra de três em sua resolução:

Voltas	Tempo
18	56 min
x	16 min

Daí, $56x = 18 \cdot 16 \implies x = \frac{36}{7} \approx 5,14$. Concluí-se que Olga completou

5 voltas.

Questão 2

Do enunciado, depreende-se que a densidade $d(x)$ de um corpo é dada pelo número de objetos presentes na superfície dividido pela área total, portanto (sabendo-se que a área total de uma esfera é dada pela fórmula $A = 4\pi R^2$):

$$d = \frac{n}{A} \iff 100 = \frac{n}{4\pi \cdot 10^2} \iff n = 4\pi \cdot 10000 = 40000\pi$$

$$d = \frac{n}{4\pi x^2} = \frac{40000\pi}{4\pi x^2} = \frac{10000}{x^2} \text{ n}^\circ \text{ de pontinhos/cm}^2.$$

Questão 3

a) Pode-se interpretar uma partida como um subconjunto de dois elementos do conjunto formado pelos 4 times, logo, o número total de partidas é dado pela expressão:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{24}{4} = 6 \text{ dias.}$$

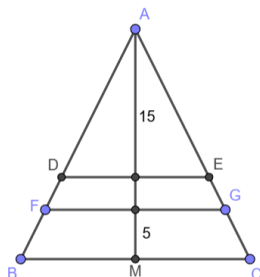
b) $\underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} = (3!)^2 = 6^2 = 36 \text{ maneiras.}$

Pode-se escolher 3 dos 3 subconjuntos dos quais o 3º A participa, em seguida dois e em seguida um; havendo, portanto, segundo o princípio fundamental da contagem, há 6 modos distintos de o 3º A jogar suas partidas. Analogamente, pode-se escolher 3 dos subconjuntos de dois elementos restantes para o 4º dia, 2 para o 5º e 1 para o 6º, logo, há 6 modos de se organizar o restante do campeonato, e, ao todo, há $6 \cdot 6 = 36$ maneiras de se organizar o campeonato como um todo.



Questão 4

a) Depreende-se do texto a seguinte figura:



Por semelhança de triângulos:

$$\frac{DE}{15} = \frac{BC}{h} \implies BC = \frac{h}{15} \cdot DE$$

Tem-se que:

$$A_{ADE} = \frac{DE \cdot 15}{2} \text{ e } A_{ABC} = \frac{BC \cdot h}{2} \implies$$

$$\implies \frac{A_{ADE}}{A_{ABC}} = \frac{\frac{DE \cdot 15}{2}}{\frac{h \cdot DE \cdot h}{2 \cdot 15}} = \left(\frac{15}{h}\right)^2$$

Finalmente:

$$\boxed{\frac{A_{ADE}}{A_{ABC}} = \left(\frac{15}{h}\right)^2}$$

b) Como $\triangle AFG \sim \triangle ABC$:

$$\frac{FG}{DE} = \frac{h-5}{15} \implies FG = \frac{DE \cdot (h-5)}{15}$$

O enunciado estabelece a igualdade entre as medidas das áreas do $\triangle ADE$ e do trapézio $BFGC$, logo:

$$\frac{DE \cdot 15}{2} = \frac{(BC + FG) \cdot 5}{2} \implies$$

$$\implies DE \cdot 15 = \left(\frac{DE \cdot h}{15} + \frac{DE \cdot (h-5)}{15}\right) \cdot 5 \implies$$

$$\implies 15 = \left(\frac{h}{15} + \frac{h-5}{15}\right) \cdot 5 \iff 3 = \frac{h}{15} + \frac{h}{15} - \frac{5}{15} \implies$$

$$\implies 45 = 2h - 5 \iff \boxed{h = 25.}$$



Questão 5

a) Há duas condições que explicam $P_n = \frac{1}{4} \cdot (1 - P_{n-1})$

1ª Condição:

Se o exercício exige que Zureta salte para a folha A após n saltos, isso significa que, anterior a este salto, sua posição é representada pelo salto $n - 1$.

Assim, a probabilidade do sapo estar na folha A é P_{n-1} . Em paralelo, a probabilidade dele não se encontrar nesse espaço é $(1 - P_{n-1})$.

2ª Condição:

Zureta deve, no salto n , pular para a folha A. Como não é possível pular para a própria folha, restam 4 opções, portanto a probabilidade é de $\frac{1}{4}$. Logo, para satisfazer ambas condições, a equação expressa é $P_n = \frac{1}{4} \cdot (1 - P_{n-1})$.

b) $P_1 = 0 \implies P_2 = \frac{1}{4}(1 - 0) = \frac{1}{4} \implies P_3 = \frac{1}{4}(1 - \frac{1}{4}) = \frac{3}{16} \implies$

$$\implies 1 - P_3 = 1 - \frac{3}{16} = \boxed{\frac{13}{16}}.$$

Questão 6

a) Sabe-se que a equação da reta é $y - y_0 = m(x - x_0)$ e ela passa pelos pontos do hamster e do cavalo. O ponto do hamster, dado pela tabela, é $(1, 8; 2, 64)$ e do cavalo é $(6; 1, 8)$. Pode-se calcular o coeficiente angular da forma:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(1, 8 - 2, 64)}{(6 - 1, 8)} = -\frac{0, 84}{4, 2} \implies m = -0, 2$$

Ao utilizar o coeficiente angular obtido e o ponto do hamster da equação da reta, obtém-se:

$$y - 2, 64 = -0, 2(x - 1, 8) \iff \boxed{y = -0, 2x + 3}.$$

b) Sabendo-se que $y = \log_{10} f$ e $x = \log_{10} p$, tem-se:

$$\log_{10} f = -0, 2 \cdot \log_{10} p + 3 \iff \log_{10} f + 0, 2 \cdot \log_{10} p = 3 \iff$$

$$\iff \log_{10}(fp^{0,2}) = 3 \iff \boxed{f = \frac{1000}{p^{0,2}}}.$$



Questão 7

a)

$$P(x) = x^3 + 1 \implies$$

$$\implies D(P(x)) := P(x+1) - P(x) = (x+1)^3 + 1 - x^3 - 1 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$D(P(x)) = 3x^2 + 3x + 1$$

$$D(D(P(x))) = 3(x+1)^2 + 3(x+1) + 1 - 3x^2 - 3x - 1 = 3(x+1)^2 + 3(x+1) - 3x^2 - 3x =$$

$$= 6x + 3 + 3 = \boxed{6x + 6.}$$

b) Pois, se o grau de P for positivo, o grau de $Q(x)$ é sempre o grau de P menos 1, uma vez que:

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i \implies P(x+1) - P(x) = \sum_{i=0}^n a_i [(x+1)^i - x^i] = Q(x)$$

Ao interpretar a expressão acima como uma soma de diferenças de polinômios, vê-se claramente que o único termo candidato a produzir um coeficiente para x^n é o termo correspondente a $i = n$, então:

$$[x^n](P(x+1) - P(x)) = [x^n](a_n \cdot [(x+1)^n - x^n]) = [x^n](a_n \sum_{j=0}^{n-1} \binom{n}{j} x^j) = 0$$

De fato, constata-se que:

$$P(x) = ax^3 + b^2 + cx + d \implies D(P(x)) = 3ax^2 + x(3a + 2b) + a + b + c$$

$$D(D(P(x))) = 3a(x+1)^2 + (x+1)(3a+2b) + a + b + c - (3ax^2 + x(3a+2b) + a + b + c) =$$

$$= 6ax + 3a + 3a + 2b = 6ax + 6a + 2b$$

$$D(D(D(P(x)))) = 6a(x+1) + 6a + 2b - 6ax - 6a - 2b = 6a$$

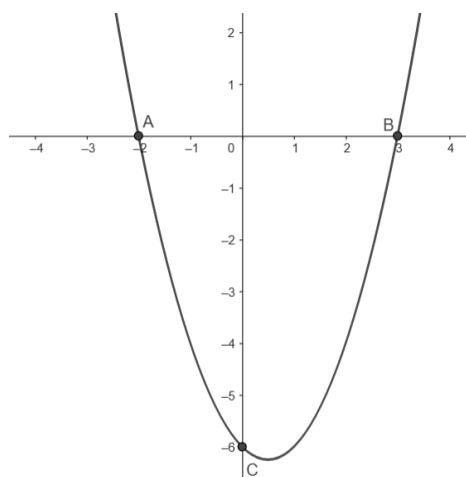
$$D(D(D(D(P(x)))))) = 6a - 6a = 0$$



Questão 8

$$\text{a) } x^2 - x - 6 = 0 \implies x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} \implies x = -2, \text{ ou } x = 3$$

É possível depreender a seguinte figura a partir do texto e das raízes encontradas:



$A = (3, 0)$, $B = (-2, 0)$ e $C = (0, -6)$, portanto, a área do $\triangle ABC$ é:

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |12 + 18| = \frac{30}{2} = \boxed{15}.$$

b) Ao calcular os lados do $\triangle ABC$, pode-se aplicar a lei dos cossenos para encontrar o ângulo $\angle ACB$:

$$a = d(B, C) = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}, b = d(A, C) = \sqrt{9 + 36} = 3\sqrt{5} \text{ e } c = d(A, B) = 5$$

Agora, basta aplicar a lei dos cossenos:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\angle ACB) \iff$$

$$\iff 25 = 40 + 45 - 2 \cdot 2\sqrt{10} \cdot 3\sqrt{5} \cdot \cos(\angle ACB) \iff$$

$$\iff 60 = 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\angle ACB) \iff \cos(\angle ACB) = \frac{1}{\sqrt{2}} \implies \angle ACB = 45^\circ \implies \boxed{\tan(\angle ACB) = 1}.$$



TP Classroom Resolve FGV 2024.2

Discursivas de Humanidades

Questão 1

Tradicionalmente as Cruzadas teriam se iniciado no final do século XI, após o discurso do Papa Urbano II no Concílio de Clermont-Ferrand (1095). A região de Jerusalém foi bloqueada para a peregrinação de cristãos por turcos seldjúcidas, o que teria sido o estopim às excursões militares dos chamados “francos” contra os muçulmanos.

Todavia, outros motivos podem ser interpretados como causadores da “peregrinação armada” dos cristãos, como a condenação clerical da violência entre cristãos – mas legitimando a guerra contra infieis e hereges – e a necessidade da afirmação da cristandade e da supremacia papal no final da Alta Idade Média.

Jerusalém e outras regiões na Palestina são consideradas sagradas para as três grandes religiões monoteístas do mundo, a saber: o judaísmo, o cristianismo e o islamismo. Isso acontece devido a todas elas considerarem Abraão um de seus profetas – podendo ser chamadas, portanto, de religiões “abraâmicas”.

Por fim, existem peculiaridades nas tradições dessas religiões que são definidoras de Jerusalém como terra sacra: para os judeus, o Templo de Jerusalém teria sido criado pelo Rei Davi a fim de guardar a tábua dos Dez Mandamentos; aos cristãos, Jerusalém teria sido palco da “Paixão de Cristo”; no Islã, por fim, seria o local onde seu principal profeta, Maomé, teria subido aos céus.

Questão 2

Quatro medidas presentes na Consolidação das Leis de Trabalho de (CLT) em 1943 são: jornada de trabalho de 8 horas por dia; direito a férias anuais remuneradas; indenização ao trabalhador em casa de demissão sem justa causa; licença para gestantes; e a proibição do trabalho a crianças menores de 14 anos.

Vale ressaltar que parte dessas leis já se faziam presentes no mundo do trabalho desde a Constituição de 1934. A CLT compila estas com diretrizes com a Encíclica Rerum Novarum da Igreja Católica, a Organização Internacional do Trabalho, a Carta del Lavoro, entre outros.

A política corporativista, consolidada pela CLT e estabelecida no contexto do Estado Novo, ajudou Getúlio Vargas a construir uma base popular, criando a imagem de “pai dos pobres”. Isso porque, ao mesmo tempo em que mantinha um controle rígido sobre os sindicatos, evitava conflitos que pudessem ameaçar sua governança.

Neste sentido, o Estado atuava como um mediador das relações de trabalho entre os empregados e seus empregadores, dificultando assim a articulação de movimentos sindicais independentes. Essa prática ficaria conhecida como “peleguismo”.



Questão 3

Na segunda metade do século XX, a dominação portuguesa na África foi marcada pelo colonialismo tardio, com forte exploração econômica e repressão política. Portugal manteve colônias como Angola, Moçambique e Guiné-Bissau sob rígido controle, resistindo às pressões internacionais e aos movimentos de descolonização. A exploração de recursos naturais e a força de trabalho local sustentavam a economia portuguesa, enquanto governos autoritários reprimiam violentamente os movimentos de independência, como o MPLA. A resistência armada desses grupos e a crescente oposição internacional culminaram na descolonização após a Revolução dos Cravos em 1974. Com base no texto de Ki-Zerbo, podemos afirmar que Salazar, ditador fascista lusitano, lançou mão do contexto da Guerra Fria na dominação das colônias. O “nacionalismo africano” seria uma “guarda-avançada do comunismo” e, por essa razão, Portugal se aproveitou do uso do Departamento de Estado Norte-Americano para reprimir violentamente os protestos e movimentos pela descolonização.

Questão 4

A abertura dos Jogos Olímpicos de Paris (2024) contou com o uso central da figura de Dionísio, deus grego do vinho e das festividades. O deus pagão também é figura central no quadro “A festa dos deuses” de van Bijlert, concluída no século XVII. Os movimentos identitários no mundo contemporâneo estão atrelados à valorização e reafirmação da existência de grupos historicamente excluídos, sobretudo a partir do colonialismo europeu nos últimos séculos. Um exemplo de identitarismo atualmente seria o movimento LGBTQIAPN+, que luta por maior representatividade de seus pares em lugares como filmes, séries, política e cargos de poder.

Questão 5

a) Um problema é a sobrecarga dos sistemas públicos de saúde e previdenciário, uma vez que os idosos demandam mais assistência médica, o que acarreta custos nessa área; e o sistema de previdência se torna deficitário, conforme a população idosa, beneficiária das aposentadorias, aumenta. Outro problema é a diminuição da PEA (População Economicamente Ativa), o que reduz a força de trabalho de um país. Dentre as consequências de tal redução, há a necessidade da mão de obra imigrante para suprir a demanda econômica por trabalhadores.

b) O envelhecimento da população é característico da quarta fase da transição demográfica. Isso se dá, pois tal estágio é marcado tanto pela baixa taxa de mortalidade, cujo declínio aconteceu durante sua segunda fase com a revolução médico-sanitária, quanto pela baixa natalidade, ocorrida durante a terceira fase por conta dos métodos contraceptivos, inserção da mulher no mercado de trabalho, acesso à informação e aumento do custo de vida nas cidades. Dessa forma, na quarta fase, a diminuta mortalidade permite que a população envelheça, ao passo que a exígua natalidade impede que a parcela mais jovem da população seja repostada, o que resulta no envelhecimento da população.



Questão 6

a) As mudanças ocorridas nas atividades esportivas relacionam-se com a globalização à medida que este fenômeno acelerou a interdependência e os fluxos de produtos, capitais, informações e pessoas entre os países. A circulação de capital permitiu um aumento dos investimentos no esporte, o que gerou a sua profissionalização e mercantilização. Tais modificações também foram impulsionadas pela difusão da informação, uma vez que o alcance dos eventos esportivos se tornou global. Por fim, a circulação de pessoas permite o intercâmbio de atletas, de forma que os melhores competidores possam ter acesso às estruturas de preparação e aos campeonatos de ponta, embora a exclusão socioeconômica e a desigualdade entre os países, características da globalização, também estejam presentes no acesso dos atletas a tais recursos, especialmente nos países subdesenvolvidos.

b) Um exemplo é a realização de eventos de grande porte, como a Copa do Mundo de 2022 no Catar e as Olimpíadas de 2008 em Pequim, com a função de repaginar a imagem destes países, marcados pelo autoritarismo e pelo desrespeito sistêmico aos direitos humanos, perante a comunidade internacional. Outro exemplo é o banimento dos atletas russos das Olimpíadas de 2024 como retaliação do Comitê Olímpico Internacional à invasão russa na Ucrânia.

Questão 7

a) Uma atividade econômica é a agricultura irrigada, que retira volumes consideráveis de corpos hídricos, o que afeta significativamente sua vazão e pode gerar escassez hídrica à sua jusante, como acontece nos rios Tigres e Eufrates, onde Síria e Iraque são severamente afetados pelas barragens construídas pela Turquia para a agricultura irrigada em seu território. Outro exemplo é o fraturamento hidráulico, método de extração de petróleo e gás de xisto em rochas impermeáveis, em que grandes quantidades de água são injetadas nas perfurações para a emersão desses combustíveis fósseis.

b) O aquecimento global interfere no regime dos rios, pois os eventos climáticos extremos, como secas e inundações, tornam-se mais frequentes conforme o planeta aquece. A estiagem reduz a vazão dos rios, como ocorreu nos últimos meses nos rios da região Norte do Brasil. Já as inundações fazem o nível de água extrapolar o leito dos rios, como ocorreu em maio deste ano no Rio Grande do Sul.

Questão 8

a) O espaço econômico europeu tem duas principais regiões: o Oeste e o Leste. A primeira região é composta por países pioneiros no processo de industrialização, com economias capitalistas dinâmicas consolidadas desde o término da Segunda Guerra Mundial. Esses países apresentam PIB per capita elevado, tanto em relação à média mundial, quanto em relação à Europa Oriental. O leste europeu, por outro lado, é composto por países do antigo bloco socialista que tiveram sua transição para o capitalismo após a Guerra Fria. Dessa forma, são países marcados por guerras recentes, conflitos políticos, economia mais frágil



e, portanto, um PIB per capita menor

b) A incorporação dos países do leste europeu à União Europeia forneceu um contingente significativo de mão de obra mais barata do que a encontrada nos países ocidentais. Tal contingente mitigou a carência de mão de obra provocada pelo envelhecimento populacional. Outro benefício foi a abertura comercial dos países do leste europeu aos produtos da União Europeia, o que ampliou seu mercado consumidor.