TP Educação Resolve FGV 2025.2
Discursivas

Questão 1

a) Seja x a quantidade transferida de Maria para João. Então:

$$720 - x = 460 + x \iff 720 - 460 = 2x \iff 2x = 260 \iff \boxed{x = R\$130,00.}$$

b) Ao final, teremos metade do total para cada; portanto, teremos:

$$\frac{720 + 460}{2} = \frac{1180}{2} = \boxed{R\$590,00.}$$

Resposta

a) Maria tem que dar R$ 130,00 para João para que fiquem com quantias iguais.
b) Cada um ficará com R$ 590,00 cada.

Questão 2

Com os dois casos informados, pode-se montar o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 90 = 2a + 500b \\ 137 = 3a + 800b \end{cases}$$

que tem como solução $a = 35$ e $b = 0,04$. Desta forma tem-se que a função do tempo de subida é $T = 35C + 0,04D$. Para o caso em que $c = 2,4km$ e $d = 600m$, substitui-se na equação.

$$t = 35 * 2,4 + 0,04 * 600$$

$$\boxed{t = 108\,\text{min}}$$

Resposta

O modelo estima que se leva 108 minutos para caminhar até o topo de uma trilha de 2,4 quilômetros de comprimento e uma diferença de altitude de 600 metros.

Questão 3

a) A receita é a multiplicação da quantidade de cursos vendida pelo seu preço, assim:

$$R = Q(p) * p \implies \boxed{R = (1200 - 2p) \cdot p}$$

b) A receita é uma função do 2º grau em relação ao preço p, com concavidade para baixo, assim ela será máxima em seu vértice que pode ser calculado como $x_V = -\frac{b}{2a}$ Desta forma o preço que maximiza a receita é

$$p = -\frac{1200}{-4} \implies \boxed{p = 300}$$

Resposta

a) $R = (1200 - 2p) \cdot p$
b) O preço que maxima a receita é $p = 300$

Questão 4

a) O expediente iniciando às 9:00 e acabando às 11:15 tem duração total de 2h15min ou 135 minutos. Como João consegue embalar 4 pacotes a cada 5 minutos, tem-se que a quantidade que ele consegue embalar em 135min é

$$J = \frac{4}{5} \cdot 135 = \boxed{108}$$

Portanto João embala 108 pacotes

b) Pode-se usar o mesmo raciocínio para calcular a quantidade de pacotes embalados por Maria e Fábio.

$$M = \frac{5}{5} \cdot 135 = 135$$

$$F = \frac{3}{5} \cdot 135 = 81$$

Desta forma, os três totalizam 324 embalagens. Sabendo-se que no total foram embaladas 449, calcula-se que rodrigo embalou 125. Como ele embala 5 a cada 4minutos, tem-se que:

$$R = \frac{5}{4} \cdot t$$

$$t = \frac{4}{5} \cdot R$$

$$t = 100\,\text{min}$$

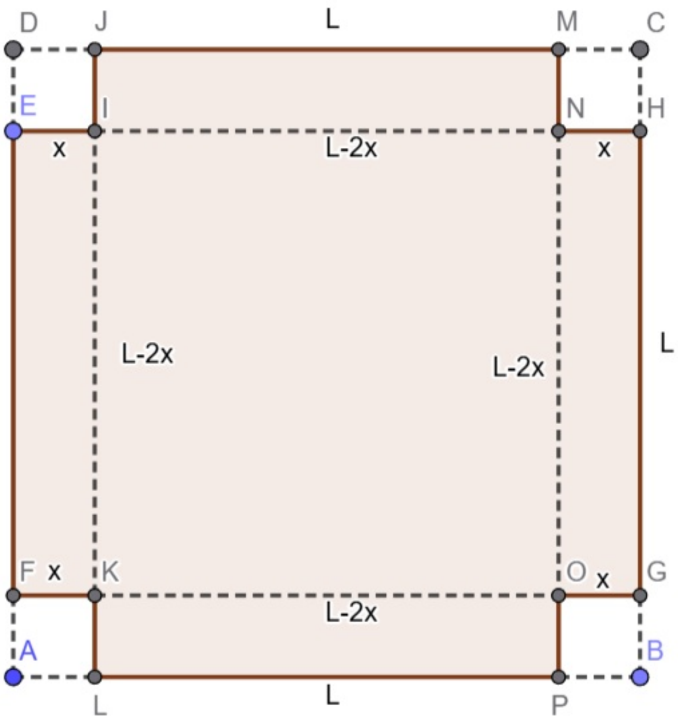
Rodrigo trabalhou 100 minutos. Como ele finalizou o expediente às 11:15, ele deve ter iniciado o trabalho às 9:35.

Resposta

a)João embalou 108 pacotes
b)Rodrigo iniciou a trabalhar às 9:35.

Questão 5

a)



b) O volume de um prisma qualquer é dado pela fórmula $V = A_b \cdot h$ em que A_b é a área da base e h é a altura. Pelo diagrama da letra "a", temos que a base é um quadrado de lado $L - 2x$; logo, $A_b = (L-2x)^2$ e a altura é L. Conclui-se que $\boxed{V = x(L-2x)^2 = xL^2 - 4x^2L + 4x^3.}$

Resposta

a) Ver desenho
b) $V = x(L-2x)^2 = xL^2 - 4x^2L + 4x^3$

Questão 6

a) Como b_n é a média aritmética dos termos de a_1 até a_n tem-se que

$$b_n = \frac{S_n}{n}$$

em que S_n é a soma dos n primeiros termos da PA a_n. Desta forma

$$b_n = \frac{\frac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2}}{n} \implies b_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2}$$

Calcula-se o 5º termo da PA: $a_5 = a_1 + (n-1)r \implies a_5 = 2 + 4 * 5 \implies a_5 = 22$ Portanto

$$b_5 = \frac{(a_1 + a_5)}{5} \implies b_5 = \frac{(2+22)}{2} \implies b_5 = 12$$

b)

Sabendo que $b_n = \dfrac{(a_1 + a_n)}{2}$, pode-se fazer as seguintes operações:

$$b_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \iff b_n = \frac{(a_1 + a_1 + (n-1)\cdot r)}{2} \iff b_n = \frac{2a_1}{2} + \frac{(n-1)\cdot r}{2} \iff \boxed{b_n = a_1 + (n-1)\cdot \frac{r}{2}}$$

que é uma PA em que $\boxed{\mathrm{b}_1 = a_1 = 2}$ e de razão $\boxed{\mathrm{r}_b = \dfrac{r}{2} = \dfrac{5}{2}}$

Resposta

a) $b_5 = 12$
b) Demostração que $b_n = a_1 + (n-1)\cdot \dfrac{r}{2}$
$b_1 = 2$ e $r_b = \dfrac{5}{2}$

Questão 7

Os possíveis casos correspondem aos 3 subconjuntos (desconsiderando a ordem na qual os elementos aparecem): $\{1,2,4\}, \{1,3,4\}$ e $\{2,3,4\}$. O número total de subconjuntos de 3 elementos que gerados pelo conjunto $\{1,2,3,4,5,6\}$ é $\binom{6}{3} = \dfrac{6!}{3!3!} = 20$. Logo, a probabilidade pedida é $\boxed{\dfrac{3}{20}}$.

Resposta

A probabilidade de que o número 4 tenha sido o maior dos números sorteados é $\dfrac{3}{20}$

Questão 8

a) Em relação à palavra ABCDE, a palavra CADBE apresenta os seguintes inversos:

AB: não invertem
AC: invertem (1)
AD: não invertem
AE: não invertem
BC: invertem (2)
BD: invertem (3)
BE: não invertem
CD: não invertem
CE: não invertem
DE: não invertem

Temos, então, $\boxed{3}$ inversões.

b) O anagrama com mais inversões é $\boxed{EDCBA}$, pois, nele, todos os 10 pares não ordenados de letras estão invertidos.

Resposta

a) 3 inversões
b) Anagrama EDCBA com 10 inversões.