TP Educação Resolve FGV 2026.1
Discursivas

Questão 1

Temos a sequência de anos $(1984, 1985, 1986, ..., 2026)$, que possui 43 anos distintos, a ela associa-se a sequência de valores $(344; 345,5; 347, ..., 407)$ de também 43 termos. Ambas sendo PAs de fórmula $a_n = a_1 + (n-1)r$.

Resposta

Em Janeiro de 2026, teremos 407ppm.

Questão 2

a) Sabemos que a média de todos os 30 termos é 25, logo:

$$25 = \frac{\sum_{i=1}^{30} x_i}{30} \iff \boxed{\sum_{i=1}^{30} x_i = 30 \cdot 25 = 750}$$

b) Seja y o número de elementos x_i iguais a 13 em nossa sequência. Como a média dos elementos que não são 13 é 33, podemos dizer que:

$$\frac{750 - 13y}{30 - y} = 33 \iff 33y - 13y = 990 - 750 \iff 20y = 240 \iff \boxed{y = 12}$$

Resposta

a) A soma total é 750.
b) O número de elementos iguais a 13 é 12.

Questão 3

a) A quatidade de bolinhas depositada em cada caixa é uma PA de termo inicial 1 e razão $r = 2$ dada pelos números ímpares: $(1, 3, 5, 7...)$. Na $N-$ésima etapa, teremos depositado a soma de N termos da PA destacada, ou seja:

$$Q(N) = \frac{N(a_1 + a_N)}{2} = \frac{N(1 + 1 + 2(N-1))}{2} = \frac{N \cdot 2 \cdot N}{2} = \boxed{N^2}$$

b) Para sabermos em que etapa será depositada a bola de número 1000, tomamos a raiz quadrada de 1000: $\sqrt{1000} = 10\sqrt{10} \approx 31,6$. Munidos desta informação, sabemos que a bola será depositada na trigésima segunda etapa, basta calcularmos em que caixa ocorrerá tal etapa. Na caixa A ocorrem as etapas $1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29$ (PA de razão 4), logo, a etapa 32 ocorrerá na caixa $\boxed{D}$.

Resposta

a) N^2 bolas.
b) Na caixa D.

Questão 4

a) Do enunciado, sabemos que $0 < Q < 17$. Podemos pensar na configuração das palmeiras como uma palavra em que a letra P representa uma cova preenchida por uma palmeira e a letra V representa uma cova vazia. Nossa configuração se torna então, por exemplo (se $N = 3$):

$$\underbrace{VVVPVVVPV...PVVV}_{17}$$

conclui-se que $17 = Q + mN$, sendo m a quantidade total de grupos de covas vazias consecutivas. Descobrimos o valor de m ao denotar um grupo de covas vazias consecutivas pela letra X, assim, nossa configuração torna-se:

$$XPXPX...PX$$

Nota-se que a quantidade m de xizes é a de palmeiras mais um, logo, $m = Q + 1$. Por fim:

$$17 = Q + (Q+1)N \implies \boxed{N = \frac{17 - Q}{Q + 1}}$$

b) Como $17 = Q + (Q+1)N = QN + N + Q$, temos que:

$$18 = QN + N + Q + 1 = (Q+1)(N+1)$$

Para que ambos Q e N sejam inteiros, precisamos que $Q + 1$ divida 18, ou seja, $Q + 1 \in \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \iff Q \in \{0, 1, 2, 5, 8, 17\}$; mas, o enunciado impôs que $0 < Q < 17$, conclui-se que $\boxed{Q \in \{1, 2, 5, 8\}}$.

Resposta

a) $N = \dfrac{17 - Q}{Q + 1}$
b) $Q \in \{1, 2, 5, 8\}$

Questão 5

a) Os mais ricos são aqueles que, ao variar pouco a taxa da população, muito varia-se a taxa de patrimônio acumulado. Graficamente, os mais ricos correspondem aos trechos de maior inclinação no gráfico (maior declive, maior derivada); no nosso caso, correspondem ao trecho final do gráfico (quando x está mais próximo de 1). Portanto, podemos calcular o percentual de riquezas dos 80% mais pobres colocando $x = 0,8$ na fórmula:

$$y = 1 - \sqrt{1 - x^2} = 1 - \sqrt{1 - 0,64} = 1 - 0,6 = 0,4$$

Ou seja, os 80% mais pobres apresentam 40% da riqueza total, portanto, os 20% mais ricos apresentam $\boxed{60\%}$ da riqueza total.
b)

$$y = 1 - \sqrt{1 - x^2} \iff y - 1 = -\sqrt{1 - x^2} \implies (y-1)^2 = 1 - x^2 \iff x^2 + (y-1)^2 = 1$$

Portanto, nossa equação original está contida em uma circunferência de centro $(0, 1)$ e raio $R = 1$.

c)Pode-se calcular a área entre a linha de igualdade e a curva de Lorenz como um segmento circular de angulação de $\pi/4$.
O Segmento pode ser calculado como o setor circular e retirando o triângulo interno.

$$A_1 = A_{setor} - A_{triângulo} \implies A = \frac{\pi r^2}{4} - \frac{r^2}{2} \implies \boxed{A = 0,285}$$

A área entre a linha de igual de o eixo horizontal é um triângulo retângulo de catetos valendo ambos 1.

$A_2 = \frac{r^2}{2} \implies A_2 = 0,5$

O índice de Gini é calculado pela razão das 2 áreas, assim:

$G = \frac{A_1}{A_2} = \frac{0,285}{0,5} \implies \boxed{G = 0,57}$

Resposta

a) 60%.
b) $C = (0,1)$ e $R = 1$.
c) G=0,57

Questão 6

Um polinômio de 2º grau tem equação do tipo: $P(x) = ax^2 + bx + c$ Os valores do polinômio deve ter o mesmo valor que $\cos(x)$ nos valores $x = -90, x = 0$ e $x = 90$

$$\begin{cases} P(-90) = \cos(-90°) = 0 \implies a(-90)^2 + (-90)b + c = 0 \\ P(0) = \cos(0°) = 1 \implies a(0)^2 + (0)b + c = 0 \\ P(90) = \cos(90°) = 0 \implies a(90)^2 + (90)b + c = 0 \end{cases}$$

que tem como solução: $a = \frac{-1}{8100}$, $b = 0$ e $c = 1$. Portanto o polinômio é: $\boxed{P(x) = \frac{-x^2}{8100} + 1}$

Resposta

$P(x) = \frac{-x^2}{8100} + 1$

Questão 7

a) Ao escolher uma pirâmide, deve-se adicionar um cubo e uma esfera, assim temos que:

$$\begin{cases} P(2) = 2 \\ C(2) = 2 + 1 = 3 \\ E(t) = 2 + 1 = 3 \end{cases}$$

b) Quando $t = 2025$ foram efetuados 2024 procedimentos. Pode-se considerar que houve uma escolha de X número de pirâmides, Y número de cubos e Z número de esferas. Seguindo as regras estipuladas podemos montar as seguintes equações:

$$\begin{cases} P(t) = 2 + Y + Z \\ C(t) = 2 + X + Z \\ E(t) = 2 + X + Y + 2Z \end{cases}$$

Efetuando-se a operação de $P(t)+C(t)-E(t)$ temos $2+Y+Z+2+X+Z-(2+X+Y+2Z) \implies \boxed{2}$

Resposta

a) $P(2) = 2$, $C(2) = 3$, $E(t) = 3$
b)2

Questão 8

a) Para que Rodrigo perca todo o seu dinheiro em 3 rodadas ele deve perder todas as 3 rodadas, como a propabilidade de perder uma rodada é **p** e os eventos são independentes temos:

$\boxed{P(A) = p \cdot p \cdot p = p^3}$

b) Há 2 casos em que Rodrigo termina com saldo inferior a R$ 30,00 após 3 rodadas.

Caso 1: Ele deve perder todas as rodadas. $P(A) = p^3$.

Caso 2: Ele deve ganhar apenas 1 rodada e perder 2 rodadas. Como ele pode ganhar em qualquer uma das rodadas, existem ao todo 3 casos que possuirem essa possível combinação. Portanto: $P(B) = 3 \cdot p \cdot p \cdot (1 - p) \implies P(B) = 3p^2 - 3p^3$

A soma dos dois casos é:

$$\boxed{P = p^3 + 3p^2 - 3p^2 \implies P = 3p^3 - 2p^2}$$

Resposta

a) p^3
b) $3p^2 - 2p^3$